Envelope Solutions for Random Phase Plasmons(非線型非平衡統計力学研究会報告,基研研究会報告)

三間, 圀興

参 考 文 献

1) S. Chandrasekhar : Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford (1961), p. 272 ff.

2) W. Malkus and G. Veronis : J. Fluid Mech. **4** (1958), 225.

A. Schlüter, D. Lortz and F. Busse : J. Fluid Mech. **23** (1965), 129.

3) 1), p. 634 ff.

4) R. J. Donnelly and N. J. Simon : J. Fluid Mech. **7** (1960), 401.

A. Davey : J. Fluid Mech. **14** (1962), 336.

K. Kirchgässner and P. Sorger : Quart. J. Mech. Appl. Math. **22** (1969), 183.

5) A. C. Newell and J. A. Whitehead : J. Fluid Mech. **38** (1969), 279.

R. C. DiPrima, W. Eckhaus and L. A. Segel : J. Fluid Mech. **49** (1971), 705.

R. Graham : Phys. Rev. Lett. **31** (1973), 1479.

Envelope Solutions for Random Phase Plasmons

広大・理・物性　三 間 圀 興

プラズマ波の乱流は，プラズマ波のイオン音波による誘導散乱により，イオン音波を成長させ，その結果，イオン音波の乱流を伴うことが多い。プラズマ波乱流とイオン音波乱流の相互作用の様子は，それぞれの乱れの振幅によって決る nonlinear frequency shift と周波数スペクトルの巾との大小関係によって異なる。波と粒子の相互作用を無視出来る場合，すなわち，波の代表的な位相速度が粒子の熱速度より十分大きいか，十分小さい場合，最低次の非線形効果は，Ponderomotive Force ($=\nabla P_r$, $P_r=\frac{\varepsilon}{2}$, εは波のエネルギー, P_rは radiation pressure) によりプラズマ密度が変化し，その結果生じるプラズマ振動数の変化である。すなわち，nonlinear frequency shift Ωは $\frac{\delta n_e}{n_0}\omega_{pe}$, $\delta n_e = n_0\{\exp(\frac{-\varepsilon}{2n_0T_e})-1\}$ で与えられる。今，電子プラズマ波のスペクトルの巾を$\triangle\omega_e$, $\triangle k$とし，イオン音波のスペクトルの巾を$\triangle\omega_i$，$\triangle q$とする。

$|\Omega| \simeq \omega_{pe} \left|\frac{\delta n_e}{n_0}\right| < \triangle\omega_e \sim \frac{3}{2}\triangle k^2 \lambda_D V_e$ の場合には，プラズマ波の乱れは，ランダムな位相を持つと考えられる。また，プラズマ波の誘導散乱によるイオン音波の成長率；$\triangle q V_e \left|\frac{\delta n}{n_0}\right|^{1/2}$ がイオン音波の周波数の広がり $\triangle\omega_i = \triangle q C_s$ より小さい場合には，イオン音波をランダムな乱れと考えることが出来る。この場合には，Weak Turbulence Theory[1] でよく記述される。しかし，プラズマ波についてR.P.A.がよい場合にも，$V_e\left|\frac{\delta n}{n_0}\right|^{1/2} \gg C_s$ の時には，イオン音波は可干渉な乱れとして取り扱わなければならない。さらに，この場合について，$\triangle q \ll \triangle k$ と $\triangle q \sim \triangle k$ の二つの場合が考えられる。$\triangle q \ll \triangle k$ のときには,プラズマ波の乱れは，平面波の重畳によって記述出来て，各平面波は，$\frac{1}{\triangle q}$ 程度のScaleで密度がゆっくり変化する媒質中を伝搬すると考えることができ，W.K.B近似がよく成立する。すなわち，この場合には，プラズマ波の乱れは，不均一な媒質中でのWave kinetic equation（プラズモンについてのボルツマン方程式）で議論出来る。このとき，イオン音波との相互作用は，密度変化を通して現われる。また，イオン音波については，プラズマ波との相互作用を表わす項を K_aV 方程式に加えたもので記述出来る。しかし，$\triangle q \sim \triangle k$ のときには，プラズマ波，イオン音波が共に可干渉な乱れとなる場合，すなわち，$|\Omega| \gg \triangle\omega_e \simeq 0$ の場合については，Envelope Soliton が存在することが知られており，最近多くの仕事がなされている。[2] 我々は，$|\Omega| > |\triangle\omega_e|$，$\triangle q \ll \triangle k$，かつイオン音波が可干渉な場合について調べた。

一次元に限定し，時間，空間座標をイオンプラズマ振動数 ω_{pi} 及びデバイ長で無次元化し，さらに密度変化 δn，波のエネルギー $N_k\omega_k$，及び定常なイオン音波の伝搬速度Uを密度 n_0，全運動エネルギー n_0T 及び音速 C_s で無次元化する。その結果，電子プラズマ波のスペクトルは次のボルツマン方程式に従う。

$$\left\{\mu\frac{\partial}{\partial t} + 3k\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{2}\frac{\partial n_e}{\partial x}\frac{\partial}{\partial k}\right\} N_k = S_t(N_k).$$

ここに，$\mu = (m/M)^{1/2}$，$S_t(N_k)$ はプラズマ波の電子もしくは，短波長のイオン音波による散乱を意味する。この衝突項は，衝突頻度 ν_e が nonlinear frequency shift $|\Omega|$ に比べて十分小さい場合，無視出来る。今，低周波の密度のゆらぎが与えられたとすれば，定常状態のプラズマ波のスペクトルは，無衝突ボルツマン方程式から得られる。この定常スペクトルと低周波の密度のゆらぎとの無矛盾性は，定常状態のKaV方程式，$\frac{d^2}{dx^2}\tilde{n} + (1-U^2)\tilde{n} + (3U^2-1)\tilde{n}^2/2 = -\sum_k N_k + \alpha$ を満たすことにより保証さ

れる。この様な取り扱いは，無衝突ボルツマン方程式（Vlasov equation）に従う粒子の速度分布と self-consistent field が，一次元，定常状態の仮定のもとで，厳密に決定出来る（積分形で書ける）ことを示した，Bernstein-Greene-Kruskal の手法[3]と同等である。これらの定常状態の厳密解の一例として密度ゆらぎが小振幅である場合の，簡単化された表式を与える。$\delta n \simeq -(25K^4/16132)\,\mathrm{sech}^4 kx/4$ 及び，$\varepsilon > 0$ と $\varepsilon < 0$ の領域におけるスペクトルはそれぞれ，$\varepsilon > 0$ では $N(\varepsilon) = W/(1+\frac{2}{3}\varepsilon/\triangle^2)$, $\varepsilon < 0$ では，$N(\varepsilon) = W + \frac{2a}{\pi}(-\varepsilon)^{1/2} + \frac{2W}{3\triangle^2}(-\varepsilon)$ で与えられる。

ここに，$K^2 = \frac{1}{\sqrt{6}\,U^2}\left(a + \frac{\pi}{\triangle\sqrt{6}}W\right) + 1 - \frac{1}{U^2}$，$B = \frac{4}{3^{5/2}U^2}\frac{W}{\triangle^2}$ で与えられ，a は任意定数である。W と△は $x = \pm\infty$ でのプラズマ波のスペクトルによって決定されるスペクトルの強さと巾を表わすパラメーターである。

この解は，プラズマ波の乱れが強い場合に起る，乱れの局在化の定常状態のほんの一例にすぎないが，今後さらに，電子プラズマ波乱流の不均一性が重要な問題になると思われる。さらに，振幅とスペクトルの巾及び，低周波の密度のゆらぎの scale との関係がどの様になっているか興味深い問題である。

参 考 文 献

1) B. B. Kadomtsev, Plasma Turbulence (Academic Press, London – New York, 1965), R. Z. Sagdeev and A. A. Galeev, Nonlinear Plasma Theory (W. A. Benjamin, Inc. New York, 1969).

2) V. I. Karpman and E. M. Kruskal, Sov. Phys. JETP **28**, 277 (1969), V. E. Zakharov, Sov. Phys. JETP **35**, 908 (1972)

3) I. Bernstein, J. M. Greene and M. D. Kruskal, Phys. Rev. **108**, 546 (1957).